

TP3 :Algorithmique et fonctions composées.

Exercice 0.1

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (2x + 1)^2$
et la suite (v_n) définie par $\begin{cases} v_{n+1} = (2v_n + 1)^2 \\ v_0 = 1 \end{cases}$.

1. Donner en fonction de x l'expression de $(f \circ f)(x)$.

2. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $v_{n+2} = (f \circ f)(v_n)$.

Exercice 0.2

Algorithme 1 :

```
1  VARIABLES
2  i EST_DU_TYPE NOMBRE
3  a EST_DU_TYPE NOMBRE
4  DEBUT_ALGORITHME
5  LIRE a
6  POUR i ALLANT_DE 1 A 2
7  DEBUT_POUR
8  a PREND_LA_VALEUR (a+1)*(a+1)
9  FIN_POUR
10 AFFICHER a
11 FIN_ALGORITHME
```

Algorithme 2 :

```
1  VARIABLES
2  i EST_DU_TYPE NOMBRE
3  a EST_DU_TYPE NOMBRE
4  DEBUT_ALGORITHME
5  LIRE a
6  a PREND_LA_VALEUR pow(a,4)+4*pow(a,3)+8*pow(a,2)+8*a+4
8  AFFICHER a
9  FIN_ALGORITHME
```

1. Si $a = 1$, quelle valeur retourne l'algorithme 1 et puis l'algorithme 2 ?

2. Montrer que pour tout $a \in \mathbb{R}$ les deux algorithmes retourneront la même valeur.

Exercice 0.3

Algorithme 1 :

```
1  VARIABLES
2    i EST_DU_TYPE NOMBRE
3    a EST_DU_TYPE NOMBRE
4  DEBUT_ALGORITHME
5    LIRE a
6    POUR i ALLANT_DE 1 A 3
7      DEBUT_POUR
8        a PREND_LA_VALEUR (2*a+1)
9      FIN_POUR
10   AFFICHER a
11  FIN_ALGORITHME
```

1. Si $a = 2$, quelle valeur retourne l'algorithme 1 ?

2. Compléter l'algorithme 2 pour qu'il travaille de la même façon que l'algorithme 1.

Algorithme 2 :

```
1  VARIABLES
2    a EST_DU_TYPE NOMBRE
3  DEBUT_ALGORITHME
4    LIRE a
5    a PREND_LA_VALEUR ??????????????
6    AFFICHER a
7  FIN_ALGORITHME
```


Exercice 0.4 Soit $p \in \mathbb{N}$ et $p \geq 2$, on note parfois $(f^p)(x) = (f \circ f \circ \dots \circ f)(x)$.

1. si $f(x) = x + 3$, exprimer $f^p(x)$ en fonction de x et de p ($p \geq 2$).

2. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 3x + 1$, faire un algorithme permettant de calculer le nombre $(g^p)(1)$, le nombre p étant donné au départ par l'utilisateur.