Equations cartésiennes d'une droite.

1 Vecteurs colinéaires(rappels).

Definition 1.1 *Deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont dit colinéaires si et seulement si, il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{u} = k \times \overrightarrow{v}$.*
Par convention le vecteur nul est colinéaire à tous les vecteurs.

Proposition 1.1 *Dans un repère quelconque, deux vecteurs $\overrightarrow{u}(x;y)$ et $\overrightarrow{v}(x';y')$ sont colinéaire si et seulement si on a*

$$x \times y' - x' \times y = 0.$$

Démonstration :

Definition 1.2 *Soit dans un repére $\mathcal{R}(O;\vec{i};\vec{j})$ les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.Le nombre $x \times y' - x' \times y$ est appelé* ***déterminant des vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans le repère $\mathcal{R}$****.*
On le note $\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ ou encore $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$.

Exemple(s) 1.1 *Soint : $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 10 \\ -23 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} -6 \\ 17 \end{pmatrix}$.*

$$\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \begin{vmatrix} 10 & -6 \\ -23 & 17 \end{vmatrix} = 10 \times 17 - (-23) \times (-6) = 170 - 138 = 32 \neq 0.$$

Donc $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}$ ne sont pas colinéaires.

1.1 Utilisation d'un algorithme en Python.

```python
def colinéaires(x0,y0,x1,y1):
        test=x0 y1-x1 y0
        if test==0:
                print('les deux vecteurs sont colinéaires.')
        else:
                print('les deux vecteurs ne sont pas colinéaires.')
```

2 Equations de droites de la forme $ax + by + c = 0$.

2.1 Droite définie par un point et un vecteur directeur.

Tous les résultats donnés dans ce chapitre sont valables dans tous les repères.

Definition 2.1 *La droite $\mathcal{D}$ passant par A et de vecteur $\overrightarrow{u}$ directeur est l'ensemble des points M du plan tels que les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{u}$ soient colinéaires.*

Théorème 2.1 *Dans un repère quelconque $\mathcal{R} = (O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$ on a :*

- ❒ *Toute droite de vecteur directeur $\overrightarrow{u}(-b; a)$ admet pour équation, une équation de la forme :*

$$ax + by + c = 0.$$

- ❒ *(Admis)Inversement, l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $ax + by + c = 0$, avec $(a; b) \neq (0; 0)$, est une droite de vecteur directeur de coordonnées $\overrightarrow{u}(-b; a)$.*

DEMONSTRATION :

Théorème 2.2
- ❒ *Soit une droite (d) déquation cartésienne $ax + by + c = 0$ où $b \neq 0$ possède un vecteur directeur de coordonnées $(1; \frac{-a}{b})$.*
- ❒ *Si $b = 0$, alors la droite est parallèle à l'axe des ordonnées, elle posséde un vecteur directeur de coordonnées $(0; 1)$.*

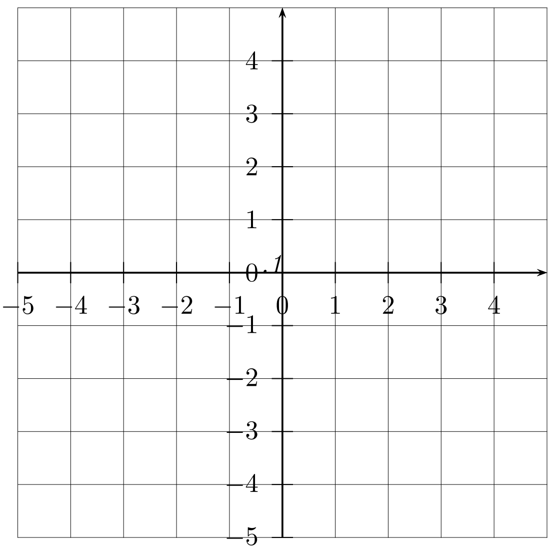
Démonstration :

Démonstration(suite) :

2.2 Techniques pour tracer une droite d'équation cartésienne $ax + b + c = 0$.

2.2.1 A l'aide d'un point et d'un vecteur directeur.

Exemple(s) 2.1 *Soit Δ_1 la droite d'équation $2x - 3y + 1 = 0$, tracer la droite Δ_1.*
Méthode 1/A l'aide d'un point et d'un vecteur directeur :

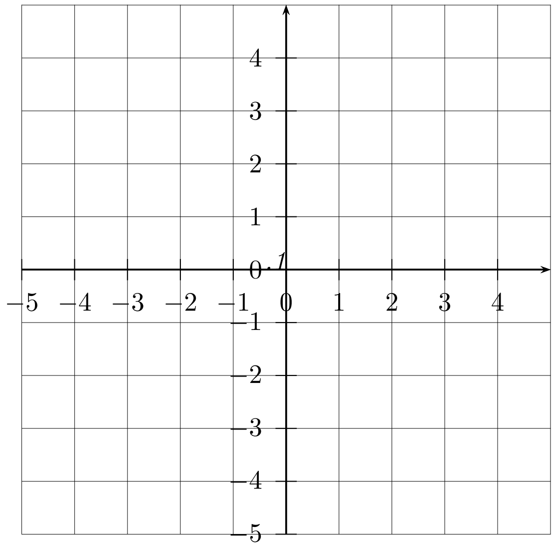


Méthode(s) 2.1 *Pour tracer une droite on peut :*

- ❒ *Déterminer un point sur la droite, pour cela on fixe x et on trouve le nombre y correspondant, ou bien on fixe y et on trouve le nombre x correspondant.*
- ❒ *On détermine un vecteur directeur.*

2.2.2 A l'aide du calcul de deux points.

Exemple(s) 2.2 *Soit Δ_2 la droite d'équation $2x - 3y + 1 = 0$, tracer la droite Δ_2.*
Méthode 2/avec deux points distincts.



3 Equation reduite d'une droite.

Dans un repère, toute droite Δ a pour **équation réduite** :

1. Si Δ est **non parallèle à l'axe des ordonées** ; une équation de Δ est de la forme $y = mx + p$, cette équation s'apelle équation réduite de Δ.
2. Si Δ est parallèle à l'axe des ordonnées. $x = c$,

Démonstration :

Definition 3.1

Soit (d) la droite d'équation $y = \boxed{m}x + p$. Le nombre $\boxed{m}$ est appelé ***coefficient directeur*** *de la droite d et le nombre $\underline{p}$ est* ***l'ordonnée à l'origine*** *de cette droite.*

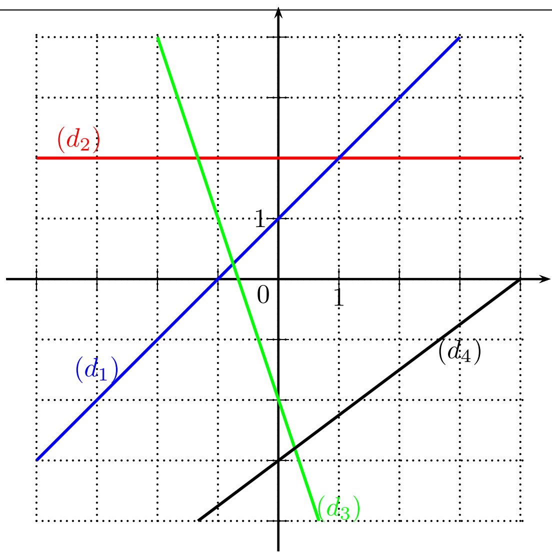
Proposition 3.1 *Soit (Δ) la droite non parallèle à l'axe (oy) passant par les points A et B de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$.*
Alors la droite (Δ) a pour équation $y = mx + p$, avec :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

Démonstration :

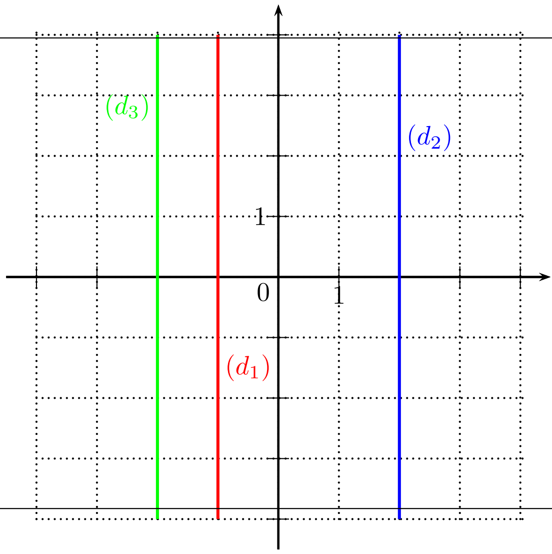
Exemple(s) 3.1 *Représentons graphiquement les droites non parallèles à l'axe des ordonnées suivantes :*

- $(d_1) : y = x + 1$,
- $(d_2) : y = 2$,
- $(d_3) : y = -3x - 2$,
- $(d_4) : y = \frac{3}{4}x - 3$.



Exemple(s) 3.2 *Représentons graphiquement les droites <u>parallèles à l'axe des ordonnées</u> suivantes :*

- ➜ $(d_1) : x = -1$,
- ➜ $(d_2) : x = 2$,
- ➜ $(d_3) : x = -2$,



4 Techniques à connaître.

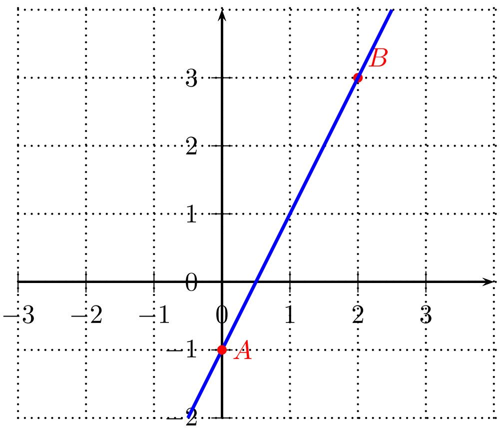
Méthode(s) 4.1 ***<u>Je sais tracer une droite grâce à son équation réduite.</u>***

- ➜ $\boxed{\textit{La méthode 1}}$ *consiste à trouver les coordonnées de deux points <u>distincts</u> de la droite, de les placer dans un repère et de relier les points à la règle.*
- ➜ $\boxed{\textit{La méthode 2}}$ *consiste à placer le point $(0, b)$ puis à l'aide du coefficient directeur de tracer complètement la droite.*

Exemple(s) 4.1 *Tracer la droite $(\mathcal{D}) : y = 2x - 1$.*

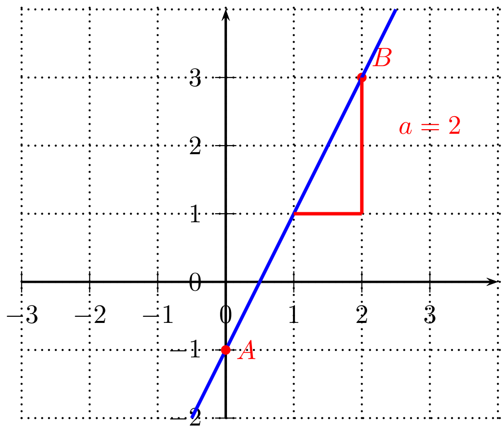
$\boxed{\textit{La méthode 1}}$

Abscisse	*0*	*2*
Ordonnée	*-1*	*3*
Points	$A(0; -1)$	$B(2; 3)$
Calculs	$y = 2 \times 0 - 1$	$y = 2 \times 2 - 1$



$\boxed{\textit{La méthode 2}}$

On remarque que le point $A(0, -1) \in \mathcal{D}$, car $\boxed{b = -1}$ *et le coefficient directeur* $\boxed{a = 2}$.



Exemple(s) 4.2 *Déterminer l'équation réduite des droites* Δ_1 *et* Δ_2.