**Equations différentielles linéaires à coefficients constants de degré 1.**

**Definition 0.1** *On appelle une équation différentielle linéaire du premier ordre, une équation de la forme :*

$$y^{'} = ay.$$

*Où $y$ désigne une fonction inconnue, et $a$ désigne un réel.*
*Résoudre une équation différentielle, c'est trouver toutes les fonctions $f$, dérivables sur un intervalle $I$, telles que pour tout $x \in I$ on a :*

$$f^{'}(x) = af(x).$$

*Une telle fonction est dite solution de l'équation différentielle $y^{'} = ay$.*

# 1 Résolution de l'équation $y^{'} = ay$ avec $a \neq 0$.

**Théorème 1.1** *Les solutions de l'équation linéaire du premier ordre $y^{'} = ay$ sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :*

$$f_k(x) = ke^{ax}$$

*où $k$ est un réel quelconque.*

DEMONSTRATION :

**Exemple(s) 1.1**

## 2 Solutions de $y^{'} = ay$ soumise à une condition $(f(x_0) = y_0)$.

Parmi les solutions générales $f_k$, on peut chercher celles qui satisfont à une condition suplémentaire, par exemple $y(x_0) = y_0 \in \mathbb{R}$.

**Théorème 2.1** *Pour tout couple* $(x_0, y_0)$*, l'équation* $y^{'} = ay$ *admet une unique solution* $f$ *telle que* $f(x_0) = y_0$.

DEMONSTRATION :

**Exemple(s) 2.1**

## 3 Résolution de l'équation $y^{'} = ay + b$ avec $a \neq 0, \quad b \neq 0$.

**Théorème 3.1** *Les solutions de l'équation différentielle* $y^{'} = ay+b$ *avec* $a \neq 0, \quad b \neq 0$ *sont les fonctions* $f_k$ *définies sur* $\mathbb{R}$ *par :*

$$f_k(x) = ke^{ax} - \frac{b}{a}.$$

*où* $k$ *est un réel quelconque.*

DEMONSTRATION :

**Exemple(s) 3.1**