Feuille d'exercices – Racines carrées – 3ème

Exercice 1 :

1. Parmi les écritures suivantes, entourer celles qui sont correctes :

$$\sqrt{7} \quad ; \quad \sqrt{-7} \quad ; \quad \sqrt{7^2} \quad ; \quad \sqrt{(7)^2} \quad ; \quad \sqrt{-7}^2 \quad ; \quad -\sqrt{7} \quad ; \quad \sqrt{-7^2}$$

2. Parmi les nombres suivants, entourer ceux qui sont égaux à 5 et souligner ceux qui sont égaux à – 5 :

$$\sqrt{25} \quad ; \quad -\sqrt{25} \quad ; \quad \sqrt{(-5)^2} \quad ; \quad -\left(\sqrt{5}\right)^2 \quad ; \quad -\sqrt{(-5)^2} \quad ; \quad \left(-\sqrt{5}\right)^2 \quad ; \quad -\sqrt{5^2} \quad ; \quad \sqrt{5}^2$$

3. A l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée des nombres suivants :

$$A = \frac{\sqrt{3}-1}{2-\sqrt{5}} \;;\; A \approx \qquad ; \quad B = \frac{7{,}5}{2+\sqrt{3}} \;;\; B \approx \qquad ; \quad C = \frac{\sqrt{3}-1}{2+\sqrt{5}} \;;\; C \approx$$

4. Sans calculatrice, donner le résultat de : $D = \sqrt{43+\sqrt{31+\sqrt{21+\sqrt{13+\sqrt{7+\sqrt{3+\sqrt{1}}}}}}} =$

Exercice 2 :

1. Ecrire les nombre suivants sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un entier

$E = \sqrt{75} =$; $F = \sqrt{147} =$; $G = \sqrt{432} =$; $H = \sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{243} =$

2. Ecrire les nombre suivants sous la forme $a\sqrt{5}$, où a est un entier

$I = \sqrt{125} =$; $J = \sqrt{980} =$; $K = \sqrt{405} =$; $L = 2\sqrt{720} - 5\sqrt{20} + 6\sqrt{180} =$

3. Ecrire les nombre suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible

$M = \sqrt{288}$; $N = \sqrt{486}$; $O = \sqrt{1250}$; $P = 8\sqrt{175} + 2\sqrt{343} - 7\sqrt{112} =$

$Q = \sqrt{50} \times \sqrt{14} =$; $R = \sqrt{45} \times 2\sqrt{150} =$; $S = \dfrac{\sqrt{84} \times \sqrt{15}}{\sqrt{45}} =$

$T = 9\sqrt{2} \times 7\sqrt{3} \times 2\sqrt{18} =$; $U = 5\sqrt{11} \times (-5)\sqrt{22} =$; $V = \sqrt{4+36} \times 3\sqrt{15} =$

Exercice 3 :

1. Effectuer les calculs suivants (on donnera les résultats sous forme exacte et simplifiés).

$W = \sqrt{3} \times \left(2\sqrt{3} - 5\right)$; $X = \left(\sqrt{6} + 2\right)^2$; $Y = \left(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}\right)^2$; $Z = \left(7\sqrt{5} - \sqrt{2}\right)\left(7\sqrt{5} + \sqrt{2}\right) - 8\left(3\sqrt{5} - 6\sqrt{2}\right)$

$a = \left(3\sqrt{2} - 2\right)^2 - \sqrt{2}\left(8\sqrt{2} - 12\right)$; $b = \left(3\sqrt{5} - 2\right)^2$; $c = \left(7\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right)^2$; $d = \left(2\sqrt{13} + 7\sqrt{5}\right)\left(7\sqrt{5} - 2\sqrt{13}\right)$

2. Montrer que les nombres suivants sont entiers :

$e = 3\sqrt{54} - 7\sqrt{6} - \sqrt{2} \times \sqrt{12}$; $f = \left(2\sqrt{2} - 2\right)\left(3\sqrt{2} + 3\right)$; $g = \left(2\sqrt{2}\right)^4$; $h = \left(7\sqrt{5} - \sqrt{2}\right)\left(7\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)$

3. Le tableau ci-contre est-il proportionnel ?
Justifier.

$\sqrt{3}+\sqrt{2}$	$10+4\sqrt{6}$
$\sqrt{3}-\sqrt{2}$	2

Exercice 4 :

Ecrire les expressions suivantes sans radical au dénominateur

$i = \dfrac{3}{\sqrt{5}}$; $j = \dfrac{6}{2\sqrt{3}}$; $k = \dfrac{4-\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$; $l = \dfrac{2\sqrt{7} - 3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$; $m = \dfrac{4\sqrt{8} - 7}{2\sqrt{32}}$

Exercice 5 :

Montrer que $\left(\sqrt{2}+1\right)$ est l'inverse de $\left(\sqrt{2}-1\right)$.

Exercice 6 :

Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a+b\sqrt{c}$, où *a*, *b* et *c* sont des entiers, *c* le plus petit possible :

$n=\sqrt{28}\times\sqrt{63}\times\sqrt{12}$; $o=\left(5\sqrt{3}-7\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3}\right)$; $p=\left(4\sqrt{7}+2\right)\left(3-\sqrt{7}\right)-10\sqrt{7}$; $q=\dfrac{2\sqrt{7}-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$; $r=\left(\sqrt{3}+5\right)^2+\left(\sqrt{3}-5\right)^2$

Exercice 7 :

Lorsqu'un objet est en mouvement, il crée un énergie qu'on nomme "Energie cinétique". Cette énergie cinétique suit la formule : $E=\dfrac{1}{2}mv^2$, où *E* est l'énergie cinétique (en Joules – J), *m* est la masse de l'objet (en kilogrammes – kg) et *v* est la vitesse (en mètres par seconde – m/s).

1. Exprimer *v* en fonction de *E* et *m*.
2. Donner l'énergie cinétique d'une voiture de 1,2 tonne qui roule à 48 km/h (en ville).
3. Donner la vitesse du même véhicule quand il a une énergie cinétique de 1 million de joules (en m/s, puis en km/h)?

Exercice 8 : Le nombre d'or : $\varphi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ (prononcé "phi")

On considère l'équation (E) : $x^2=x+1$. Cette équation, du second degré, ne peut être résolue en 3ème.

1. Calculer φ^2 et $\varphi+1$. En déduire que φ est solution de l'équation (*E*).
2. On considère un rectangle *ABCD* de largeur 1 (*AB* = 1) et de longueur x (*BC* = x ; $x>1$).
   Dans ce rectangle, on considère le carré *ABEF* de côté 1.
   On veut déterminer x pour que le rectangle *ECDF* soit une réduction du rectangle *ABCD*, la largeur *AB* étant réduite en *EC*, et la longueur *BC* en *CD*.
   En déterminant le coefficient de réduction de deux manières, montrer que x doit dans ce cas être solution de l'équation (*E*).

Pour info, le nombre "φ" (dont on doit le nom à l'architecte Phidias, qui l'aurait utilisé pour la construction du Parthénon, à Athènes), détermine la proportion "idéale" en géométrie (dite "proportion d'or"). Cette proportion entre deux longueurs "a" et "b" s'obtient lorsq'elles sont telles que : $\dfrac{a}{b}=\dfrac{a+b}{a}$.

Cette équation revient à résoudre (E). (Je vous laisse voir pourquoi…)

Exercice 9 :

Résoudre les équations suivantes

(1) : $3x\sqrt{2}-5=-2\sqrt{2}x+\sqrt{3}$; (2) : $x-2=\sqrt{2}-x\sqrt{2}$; (3) : $x\sqrt{3}-\sqrt{3}=1-x$; (4) : $\left(x\sqrt{2}-3\right)^2-\left(3x+\sqrt{2}\right)^2=0$