Fonctions carrée $x \mapsto x^2$.

1 Fonction Carrée.

Definition 1.1 *On appelle fonction carré la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et qui à un réel x associe le nombre réel x^2. On note alors $f(x) = x^2$ ou bien $x \to x^2$.*

1.1 Egalités remarquables.

Nous avons les égalités suivantes pour tous réels a et b $(a,\ b \in \mathbb{R})$.

- ❐ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ❐ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ❐ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

DEMONSTRATIONS :

- ❐
- ❐
- ❐

Théorème 1.1 $\boxed{\text{L'équation } x^2 = a}$ *possède :*

- ♦ *deux solutions si $a > 0$: $\mathcal{S} = \{-\sqrt{a}; \sqrt{a}\}$,*
- ♦ *une solution si $a = 0$, on a $\mathcal{S} = \{0\}$,*
- ♦ *aucune solution si $a < 0$, on a $\mathcal{S} = \emptyset$.*

DEMONSTRATION :

1. Si $a < 0$, nous savons que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on $x^2 \geq 0$, donc il n'existe pas de solution, on écrit cela $\mathcal{S} = \emptyset$.
2. si $a > 0$ on sait que $a = (\sqrt{a})^2$. On a donc :

$$x^2 = a \Leftrightarrow x^2 - a = 0 \Leftrightarrow x^2 - (\sqrt{a})^2 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{a})(x + \sqrt{a}) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - \sqrt{a} = 0 \quad ou \quad x + \sqrt{a} = 0$$

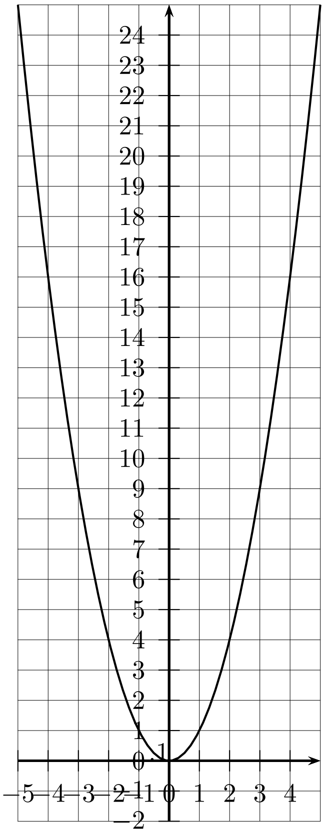
$$\Leftrightarrow x = \sqrt{a} \quad ou \quad x = -\sqrt{a}$$

3. Si $a = 0$ on a : $x^2 = 0 \Leftrightarrow x \times x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad ou \quad x = 0$. Donc $x = 0$ est la solution de l'équation.

2 La fonction $f : x \to x^2$ avec PYTHON.

```
def carré(x):
    y=x  2
    return y
```

3 Propriétés de la fonction carrée $f : x \rightarrow x^2$.



Proposition 3.1

- ❐ *la fonction carrée est strictement croissante sur* $[0; +\infty[$.
- ❐ *si* a *et* $b \in [0; +\infty[$ *avec* $a < b$ *alors* $a^2 < b^2$.

Proposition 3.2

- ❐ *la fonction carrée est strictement décroissante sur* $]-\infty; 0]$.
- ❐ *si* a *et* $b \in [-\infty; 0[$ *avec* $a < b$ *alors* $a^2 > b^2$.

Idée de la démonstration :

DEMONSTRATION :

- ❐ Démonstration de :si a et $b \in [0; +\infty[$ avec $a < b$ alors $a^2 < b^2$.

- ❐ Démonstration de :si a et $b \in -\infty; 0[$ avec $a < b$ alors $a^2 > b^2$.