Sous ensembles de $\mathbb{R}$.

1 Les entiers naturels, relatifs. Les ensembles $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$.

Définition 1.1

- *L'ensemble des entiers naturels est l'ensemble noté* $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3...\}$
- *L'ensemble des entiers relatifs est l'ensemble noté* $\mathbb{Z} = \{...; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; ...\}$

Remarque 1.1 *Il est clair que tout entiers naturels est aussi un entiers relatifs. On dit que* $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

1.1 Rappel leçon d'arithmétique.

Propriété 1.1 ***ADMIS :****Tout nombre entier supérieur ou égal à deux se décompose en produit de facteurs premiers et cette décomposition est unique(à l'ordre près des facteurs).*

Savoir-faire(s) 1.1 *Je sais décomposer un entier en produit de facteur premiers.*

2 Les nombres rationnels, l'ensemble $\mathbb{Q}$.

Définition 2.1 *Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction* $\frac{a}{b}$ *avec* a *et* b *deux entiers relatifs et* $b \neq 0$ $(a \in \mathbb{Z}$ *et* $b \in \mathbb{Z}^\star)$.
L'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$.

Propriété 2.1 *Tout nombre rationnel non nul admet une* ***seule écriture*** *fractionnaire* ***irréductible*** $\frac{p}{q}$ *avec* $p \in \mathbb{Z}$ *et* $q \in \mathbb{N}^\star$ *c'est à dire* $(b \neq 0)$.
Dans ce cas l'entier 1 *est le seul diviseur commun à* p *et* q.

Exemple(s) 2.1

2.1 Un cas particulier : les nombres décimaux, l'ensemble $\mathbb{D}$.

Définition 2.2 *Un nombre décimal est un nombre rationnel qui peut s'écrire* $\dfrac{a}{10^p}$ *avec* $a \in \mathbb{Z}$ *et* $n \in \mathbb{N}$. *L'ensemble des décimaux est noté* $\mathbb{D}$.

Exemple(s) 2.2

Propriété 2.2 ❒ *Nous avons l'inclusion suivante :*$\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$.

❒ *Un nombre est décimal **si et seulement si**, il peut s'écrire* $\dfrac{a}{2^m \times 5^p}$ *avec* $a \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{N}$, $m \in \mathbb{N}$.

DEMONSTRATIONS :

❒ $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$

❒ Sens direct :

❒ Réciproque :

2.2 Exemples de nombres rationnels, non décimal

Exemple(s) 2.3 *Par exemple le nombre* $\dfrac{1}{3}$ *est un rationnel, mais n'est pas un décimal ; (*$\dfrac{1}{3} \in \mathbb{Q}$, *mais* $\dfrac{1}{3} \notin \mathbb{D}$*).*

3 Les nombres réels, l'ensemble $\mathbb{R}$.

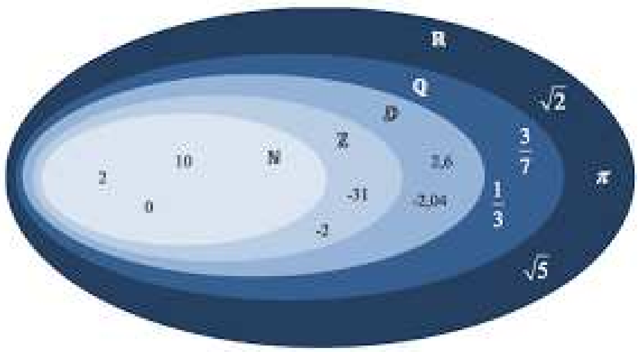
La notion de nombre réel est difficile à expliquer en seconde, nous allons convenir pour l'instant de la définition suivante :

Définition 3.1 *Un nombre réel est un nombre qui ne peut pas se ranger dans l'ensemble des nombres rationnels.*
Mais un nombre rationnel est un nombre réel. On a donc l'inclusion d'ensemble suivante.

$$\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

Propriété 3.1 *Nous avons les inclusions suivantes :*

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$



Propriété 3.2 ***Admise :***

- *A tout point d'une droite graduée est associée un unique nombre réel, son abscisse.*
- *Réciproquement, à tout nombre réel est associé un unique point d'une droite graduée.*

3.1 Exemples de nombres réels, non rationnels.

Exemple(s) 3.1 ➠ *Par exemple le nombre $\sqrt{2}$ n'est un rationnel ($\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$).*

➠ *Par exemple le nombre $\sqrt{3}$ n'est un rationnel ($\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$).*