

Correction du devoir de Mathématique n 1 (seconde)

Exercice 0.1 Calculer les expressions fractionnaires suivantes et donner les résultats sous forme d'une fraction irréductible.

$$\square A = \frac{\left(\frac{1}{3} + 2\right)}{\left(1 + \frac{1}{2}\right)} \times \frac{2}{3}. \quad \frac{\left(\frac{1}{3} + 2\right)}{\left(1 + \frac{1}{2}\right)} \times \frac{2}{3} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{3}{2}} \times \frac{2}{3} = \frac{7}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{28}{27}$$

$$\square B = \frac{1}{\left(3 - \frac{1}{4}\right)} + \frac{3}{4}. \quad \frac{1}{\left(3 - \frac{1}{4}\right)} + \frac{3}{4} = \frac{1}{\frac{11}{4}} + \frac{3}{4} = \frac{4}{11} + \frac{3}{4} = \frac{16 + 33}{44} = \frac{49}{44}.$$

$$\square C = \left(\frac{2}{3}\right)^3 + 1. \quad \left(\frac{2}{3}\right)^3 + 1 = \frac{8}{27} + 1 = \frac{8 + 27}{27} = \frac{35}{27}.$$

Exercice 0.2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x^2 - 4)(x + 1) + 1$.

1. Calculer l'image par f de 1. $f(1) = (1^2 - 4)(1 + 1) + 1 = -3 \times 2 + 1 = -5.$

2. Calculer $f(0)$, $f(3)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$. $f(0) = (0^2 - 4)(0 + 1) + 1 = -4 \times 1 + 1 = -3$

$$f(3) = (3^2 - 4)(3 + 1) + 1 = 5 \times 4 + 1 = 21.$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 4\right)\left(\frac{1}{3} + 1\right) + 1 = \left(\frac{1}{9} - 4\right) \times \frac{4}{3} + 1 = -\frac{35}{9} \times \frac{4}{3} + 1 = \frac{-140}{27} + 1 = \frac{-140 + 27}{27} = -\frac{113}{27}.$$

Exercice 0.3 Développer et réduire les expressions suivantes :

► $A = (2x - 5)(x + 2) + 6(x^2 - x + 5) + 5 - 6x.$

$$2x^2 + 4x - 5x - 10 + 6x^2 - 6x + 30 + 5 - 6x = 8x^2 - 13x + 25$$

► $B = (5x - 6)^2 + 2x^2 - [(x - 1)(6 - 2x)].$

$$(5x - 6)^2 + 2x^2 - [(x - 1)(6 - 2x)] = 25x^2 - 12x + 36 + 2x^2 - [6x - 2x^2 - 6 + 2x] = 25x^2 - 12x + 36 + 2x^2 - 6x + 2x^2 + 6 - 2x = 29x^2 - 68x + 42$$

► $C = (x^2 - 6x + 2)(3x - 5).$

$$(x^2 - 6x + 2)(3x - 5) = 3x^3 - 5x^2 - 18x^2 + 30x + 6x - 10 = 3x^3 - 23x^2 + 36x - 10.$$

► $D = (x + 1)^3 + x - 5.$

$$(x + 1)^3 + x - 5 = (x + 1)^2(x + 1) + x - 5 = (x^2 + 2x + 1)(x + 1) + x - 5 = x^3 + 3x^2 + 4x - 4.$$

Exercice 0.4 Résoudre les équations suivantes, on donnera la solution sous forme d'une fraction irréductible si nécessaire :

► $x - 5 = 6(x + 5).$

$$x - 5 = 6(x + 5) \Leftrightarrow x - 5 = 6x + 30 \Leftrightarrow -5x = 35 \Leftrightarrow x = -7.$$

$$\blacktriangleright x^2 + 6x - 1 = x^2 + x.$$

$$x^2 + 6x - 1 = x^2 + x \Leftrightarrow 6x - 1 = x \Leftrightarrow 5x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}.$$

$$\blacktriangleright \frac{x+2}{3} = \frac{1}{7}.$$

$$\frac{x+2}{3} = \frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{x}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = \frac{1}{7} - \frac{2}{3} = \frac{3-14}{21} = -\frac{11}{21} \Leftrightarrow x = 3 \times \left(-\frac{11}{21}\right) = -\frac{33}{21}.$$

$$\blacktriangleright \frac{1}{3}x + 8 = \frac{2}{5}x - \frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x + 8 &= \frac{2}{5}x - \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}x - \frac{2}{5}x = -\frac{1}{2} - 8 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right)x = -\frac{1}{2} - 8 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{15} - \frac{6}{15}\right)x = -\frac{1}{2} - \frac{16}{2} \\ &\Leftrightarrow \frac{-1}{15}x = -\frac{17}{2} \Leftrightarrow x = \frac{17}{2} \times 15 = \frac{255}{2}. \end{aligned}$$